Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»
Кафедра прочности летательных аппаратов

# Паспорт экзамена

по дисциплине «Основы интегральных уравнений», 4 семестр

## 1. Методика оценки

Экзамен проводится в устной форме, по билетам. Билет формируется по следующему правилу: первый вопрос выбирается из диапазона вопросов к экзамену, второй пункт - это задача из списка задач, представленных в методичке, решенных на практических занятиях. В ходе экзамена преподаватель вправе задавать студенту дополнительные вопросы из общего перечня (п. 4). К экзамену не допускаются студенты, не выполнившие РГР по дисциплине.

**Форма** экзаменационного билета

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
Факультет ФЛА

**Билет № _____**
к экзамену по дисциплине «Основы интегральных уравнений»

1. Вопрос из списка вопросов на экзамен.

2. Задача, из известного списка задач

Утверждаю: зав. кафедрой ____ _____ должность, ФИО
(подпись)
(дата)

## 2. Критерии оценки

- Ответ на экзаменационный билет считается **неудовлетворительным**, если студент при ответе на вопросы не дает определений основных понятий, не способен показать причинно-следственные связи явлений, при решении задачи допускает принципиальные ошибки, оценка составляет *<20 баллов.*
- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **пороговом** уровне, если студент при ответе на вопросы дает определение основных понятий, может показать причинно-следственные связи явлений, при решении задачи допускает непринципиальные ошибки, например, вычислительные, оценка составляет *21-30 баллов.*
- Ответ на экзаменационный билет (тест) билет засчитывается на **базовом** уровне, если студент при ответе на вопросы формулирует основные понятия, законы, дает характеристику процессов, явлений, проводит анализ причин, условий, может представить качественные характеристики процессов, не допускает ошибок при

решении задачи, оценка составляет *31-35 баллов.*

- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **продвинутом** уровне, если студент при ответе на вопросы проводит сравнительный анализ подходов, проводит комплексный анализ, выявляет проблемы, предлагает механизмы решения, способен представить количественные характеристики определенных процессов, приводит конкретные примеры из практики, не допускает ошибок и способен обосновать выбор метода решения задачи, оценка составляет >35 *баллов.*

**3. Шкала** оценки

В соответствии с БРС баллы за экзамен напрямую суммируются с остальными возможными баллами по дисциплине. Далее, оценка выставляется согласно БРС.

## 4. Вопросы к экзамену по дисциплине «Основы интегральных уравнений»

1. Интегральные уравнения Фредгольма и Вольтера 1-го и 2-го рода.
2. Эквивалентность задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения интегральному уравнению Вольтера 2-го рода.
3. Метод механических квадратур решения интегральных уравнений Вольтера 2-го рода.
4. Эквивалентность краевых задач для ОДУ интегральному уравнению Фредгольма 2-го рода.
5. Решение интегральных уравнений Фредгольма с вырожденным ядром. Альтернатива Фредгольма.
6. Интегральные уравнения Фредгольма с симметричным ядром. Собственные числа и функции
7. Решение интегральных уравнений методом последовательных приближений.
8. Сведение задач математической физики к интегральным уравнению. Интегральное уравнение как уравнение Эйлера соответствующего функционала.

## 5. Задачи к экзамену по дисциплине «Основы интегральных уравнений»

Задачи выдаются из списка задач, представленных в методическом пособии. Значительная часть из них решается на практических занятиях. **Специальные главы высшей математики: методические указания и варианты заданий. НГТУ.-2017г.**

Составить интегральные уравнения, соответствующие дифференциальным уравнениям с заданными начальными условиями. Решить интегральные уравнения методом последовательных приближений.

1. $y'' + y = 0 \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 1$.
2. $y' - y = 0 \quad y(0) = 1$ .
3. $y'' + y = \cos x \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 0$.
4. $y'' - 5y' + 6y = 0 \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 1$.
5. $y'' + y = \cos x \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 1$.
6. $y'' - y' \sin x + e^x y = x \quad y(0) = 1 \quad y'(0) = -1$.
7. $y'' + (1 + x^2) y = \cos x \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 2$.
8. $y''' + xy'' + (x^2 - x) y = xe^x + 1 \quad y(0) = y'(0) = 1 \quad y''(0) = 0$.
9. $y''' - 2xy = 0 \quad y(0) = \frac{1}{2} \quad y'(0) = y''(0) = 1$.
10. $y'' + xy' + y = 0 \quad y(0) = 1 \quad y'(0) = 0$.

11. $y'' + y = 0 \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = -1$.
12. $y'' - 6y' + 5y = 0 \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 1$.
13. $y'' + y = \sin x \quad y(1) = 0 \quad y'(1) = 1$.
14. $x^2 y'' + xy' + y = x \quad y(1) = 0 \quad y'(1) = 1$.
15. $y'' + y = e^x \quad y(0) = 1 \quad y'(0) = 1$.
16. $y'' + \cos xy = e^x \quad y(0) = 1 \quad y'(0) = 1$.
17. $y''' + x^2 y = x \quad y(0) = y'(0) = 0 \quad y''(0) = 1$.
18. $y'' + (x^2 - x^3)y' = x \quad y(0) = y'(0) = 0$.
19. $y' - tgx\, y = 1 \quad y(0) = 1$.
20. $y'' + y = -x \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 1$.
21. $y'' + y = e^{-x} \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 1$.
22. $y'' - 2y' + y = e^{-x} \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 1$.
23. $y'' + 2y' + y = e^x \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 1$.
24. $y'' - 2(y')^2 + y = e^{-x} \quad y(0) = y'(0) = 0$.
25. $y'' + \sin x\, y = e^x \quad y(0) = y'(0) = 0$.

Решить интегральные уравнения с вырожденным ядром.

1. $\varphi(x) - 4\int_0^{\pi/2} \sin^2 x\, \varphi(t)dt = 2x - \pi$
2. $\varphi(x) - \int_{-1}^{1} e^{\arcsin x}\, \varphi(t)dt = tgx$
3. $\varphi(x) - \lambda \int_{-\pi/4}^{\pi/4} tgt\, \varphi(t)dt = ctgx$
4. $\varphi(x) - \lambda \int_0^1 \cos(\ln t)\varphi(t)dt = 1$
5. $\varphi(x) - \lambda \int_0^1 \arccos t\, \varphi(t)dt = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
6. $\varphi(x) - \lambda \int_0^1 (\ln \dfrac{1}{t})^p \varphi(t)dt = 1 \quad (p > -1)$
7. $\varphi(x) - \lambda \int_0^1 (x \ln s - s \ln x)\varphi(s)ds = \dfrac{6}{5}(1 - 4x)$

8. $\varphi(x)-\lambda\int_0^{\pi/2}\sin x\cos s\,\varphi(s)ds=\sin x$

9. $\varphi(x)-\lambda\int_0^{\pi}\sin(x-t\,)\varphi(t)dt=\cos x$

10. $\varphi(x)=x+4\int_0^{\pi/2}(t-x)\,\varphi(t)dt$

11. $\varphi(x)=x^2+2\int_0^{1}(1+3xy)\,\varphi(y)dy$

12. $\varphi(x)=\frac{1}{2}\int_0^{1}xt\,\varphi(t)dt-\frac{5}{6}x$

13. $\varphi(x)=3\int_0^{1}xt\,\varphi(t)dt+3x-2$

14. $\varphi(x)-\lambda\int_0^{1}(3x-2)s\,\varphi(s)ds=0$

15. $\varphi(x)-\lambda\int_0^{\pi/2}\cos x\sin s\,\varphi(s)ds=\cos x$

16. $\varphi(x)=\int_0^{\pi/2}\sin(x+t)\,\varphi(t)dt+1$

17. $\varphi(x)=\int_0^{1}(x+y)\,\varphi(y)dy+18x^2-9x-4$

18. $\varphi(x)=\lambda\int_0^{1}y\,\varphi(y)dy+F(x)$

19. $\varphi(x)=\int_0^{\pi}\cos(x+t)\,\varphi(t)dt+1$

20. $\varphi(x)-\int_0^{1}(x+s)\,\varphi(s)ds=x^2$

21. $\varphi(x) - 4\int_0^{\pi} \cos^2 x\, \varphi(t)dt = 2x$

22. $\varphi(x) - \lambda\int_0^{\pi} \cos(x-t)\varphi(t)dt = \sin x$

23. $\varphi(x) - \lambda\int_0^{1} (1+x+s)\, \varphi(s)ds = 1$

24. $\varphi(x) - \int_0^{1} x\, s\varphi(s)ds = x$

25. $\varphi(x) = \frac{1}{2}\int_0^{2} xt\varphi(t)dt + \frac{5}{6}x$

Найти характеристические числа и собственные функции однородных интегральных уравнений, если их ядра имеют следующий вид:

1. $K(x,s) = \begin{cases} s(x-1) & 0 \le x \le s \\ x(s-1) & s \le x \le 1 \end{cases}$

2. $K(x,s) = \begin{cases} s(x-1) & 0 \le x \le s \\ x(s-1) & s \le x \le 1 \end{cases}$

3. $K(x,s) = \begin{cases} s(x-1) & 0 \le x \le s \\ x(s-1) & s \le x \le 1 \end{cases}$

4. $K(x,s) = \begin{cases} \sin x \cos s & 0 \le x \le s \\ \sin s \cos x & s \le x \le \frac{\pi}{2} \end{cases}$

5. $K(x,s) = \begin{cases} \sin x \cos s & 0 \le x \le s \\ \sin s \cos x & s \le x \le \pi \end{cases}$

6. $K(x,s) = \begin{cases} \sin x \sin(t-1) & -\pi \le x \le t \\ \sin t \sin(x-1) & t \le x \le \pi \end{cases}$

7. $K(x,t)=\begin{cases}\sin(x+\frac{\pi}{4})\sin(t-\frac{\pi}{4}) & 0\le x\le t\\ \sin(t+\frac{\pi}{4})\sin(x-\frac{\pi}{4}) & t\le x\le \pi\end{cases}$

8. $K(x,s)=\begin{cases}-e^{-s}shx & 0\le x\le s\\ -e^{-x}shs & s\le x\le 1\end{cases}$

9. $K(x,s)=\begin{cases}\cos x\sin s & 0\le x\le s\\ \cos s\sin x & s\le x\le \pi\end{cases}$

10. $K(x,s)=\begin{cases}\frac{1}{2}x(2-s) & 0\le x\le s\\ \frac{1}{2}s(2-x) & s\le x\le 1\end{cases}$

11. $K(x,t)=\begin{cases}\frac{shx}{sh1}sh(t-1) & 0\le x\le t\\ \frac{sht}{sh1}sh(x-1) & t\le x\le 0\end{cases}$

12. $K(x,t)=\begin{cases}x-t & 0\le x\le t\\ t-x & t\le x\le 0\end{cases}\Bigg\}$

13. $K(x,t)=\begin{cases}\sin x\cos t & 0\le x\le t\\ \sin t\cos x & t\le x\le \frac{\pi}{2}\end{cases}$

14. $K(x,t)=\begin{cases}(x+1)(t-3) & 0\le x\le t\\ (t+1)(x-3) & t\le x\le 1\end{cases}$

15. $K(x,t)=\begin{cases}\frac{chx}{sh1}ch(t+1) & 0\le x\le t\\ \frac{cht}{sh1}ch(x+1) & t\le x\le 1\end{cases}$

16. $K(x,t)=\begin{cases}t-x & 0\le x\le t\\ x-t & t\le x\le \pi\end{cases}$

17. $K(x,t)=\begin{cases}(\frac{2}{\pi}t-1)x & 0\le x\le t\\ (\frac{2}{\pi}x-1)t & t\le x\le \frac{\pi}{2}\end{cases}$

18. $K(x,t)=\begin{cases}\frac{1}{2}x(2-t) & 0\le x\le t\\ \frac{1}{2}t(2-x) & t\le x\le 1\end{cases}$

19. $K(x,t)=\begin{cases}\sin x\cos t & -\pi\le x\le t\\ \sin t\cos x & t\le x\le \pi\end{cases}$

20. $K(x,t)=\begin{cases}\sin t\cos x & 0\le x\le t\\ \sin x\cos t & t\le x\le \pi\end{cases}$

21. $K(x,t)=\begin{cases}t(1-\frac{x}{l}) & 0\le x\le t\\ x(1-\frac{t}{l}) & t\le x\le l\end{cases}$

22. $K(x,t)=\begin{cases}x & 0\le x\le t\\ t & t\le x\le l\end{cases}$

23. $K(x,t)=\begin{cases}t(1-\frac{hx}{1+hl}) & t\le x\le l\\ x(1-\frac{ht}{1+hl}) & 0\le x\le t\end{cases}$

24. $K(x,t)=\begin{cases}t(1-\frac{x}{l}) & t\le x\le l\\ x(1-\frac{t}{l}) & -l\le x\le t\end{cases}$

25. $K(x,t)=\begin{cases}t & t\le x\le \pi\\ x & -\pi\le x\le t\end{cases}$